摛藻堂四庫全書薈要

子部

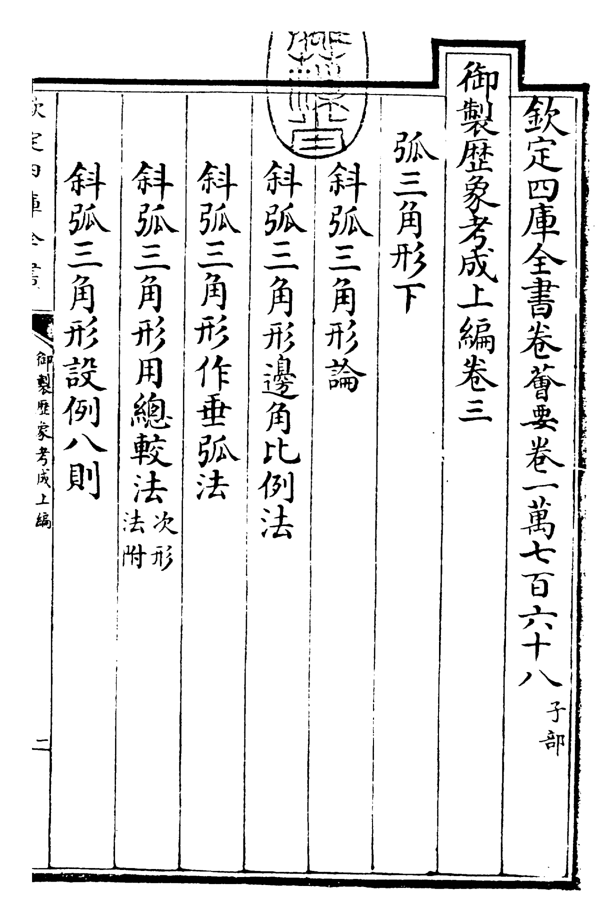
欽定四庫全書薈要

子部

御製歷象考成上編卷三

詳校官主事臣陳木

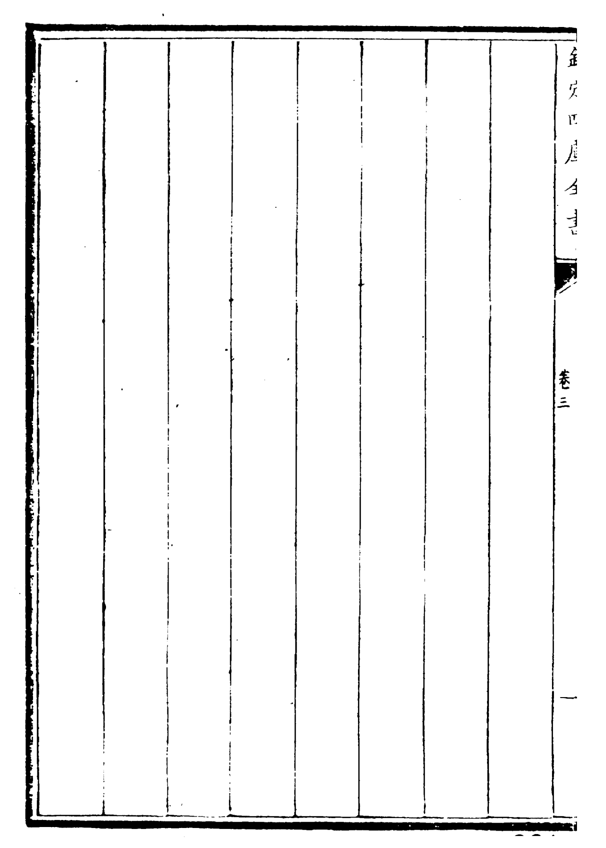




欽定四庫全書薈要卷一萬七百六十八 子部

御製歷象考成上編卷三

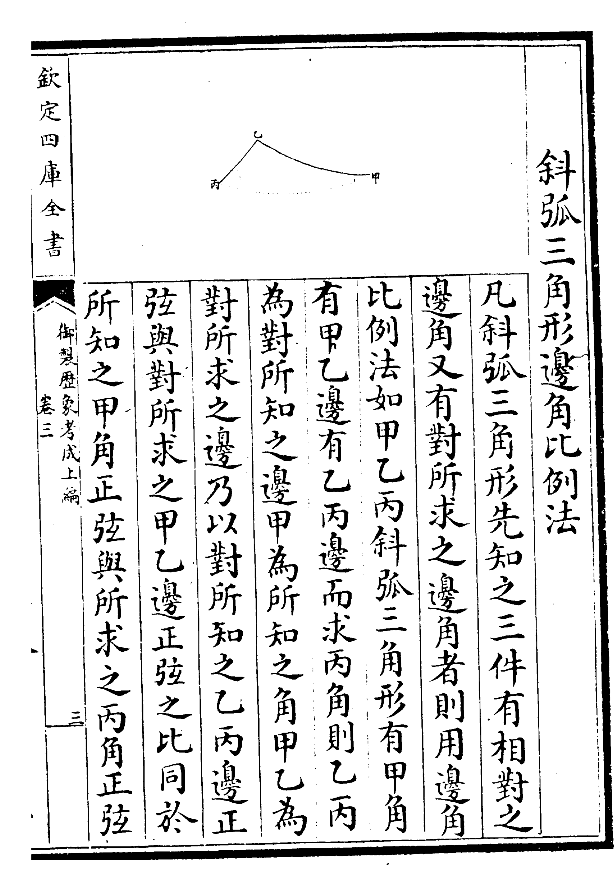
弧三角形下



斜弧三角形論

弧三角之有斜弧形猶直線三角之有銳鈍形也但直線三角之銳鈍形惟二種一種三角俱銳一種一鈍兩銳而斜弧形則不然或三角俱銳或三角俱鈍或兩銳一鈍或兩鈍一銳其三邊或俱大過於九十度或俱小不及九十度或兩大一小或兩小一大參錯成形為類甚多而新法歷書所載推算之法抑復繁雜難稽葢三角三邊各有八線但線與線之比例相當即可相求是故或同步一星或同推一數而所

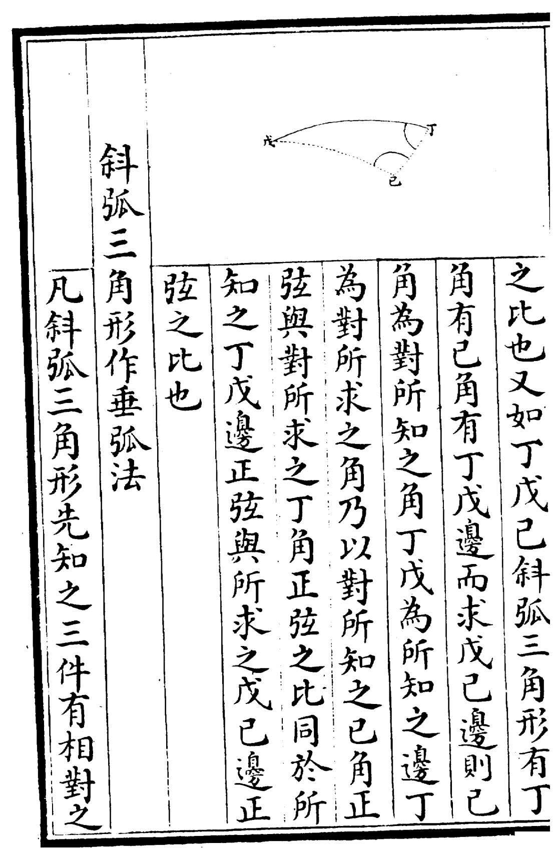
用之法彼此互異遂使學者莫知所從兹約以三法求之無論角之鋭鈍邊之大小並視先所知之三件為斷其一先知之三件有相對之邊角又有對所求之邊角則用邊角比例法其一先知之三件有相對之邊角而無對所求之邊角（或求角而無對角之邊或求邊而無對邊之角）則用垂弧法其一先知之三件無相對之邊角（或三邊求角或有兩邊一角而角在所知兩邊之間或三角求邊或有兩角一邊而邊在所知兩角之間）則用總較法明此三法則斜弧之用已備而七政之升降出沒經緯之縱橫交加無不可推測而知矣



斜弧三角形邊角比例法

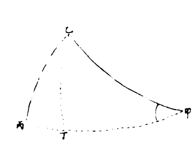
凡斜弧三角形先知之三件有相對之邊角又有對所求之邊角者則用邊角比例法如甲乙丙斜弧三角形有甲角有甲乙邊有乙丙邊而求丙角則乙丙為對所知之邊甲為所知之角甲乙為對所求之邊乃以對所知之乙丙邊正弦與對所求之甲乙邊正弦之比同於所知之甲角正弦與所求之丙角正弦

之比也又如丁戊己斜弧三角形有丁角有己角有丁戊邊而求戊己邊則己角為對所知之角丁戊為所知之邊丁為對所求之角乃以對所知之己角正弦與對所求之丁角正弦之比同於所知之丁戊邊正弦與所求之戊己邊正弦之比也

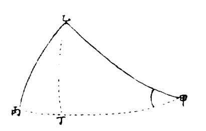


斜弧三角形作垂弧法

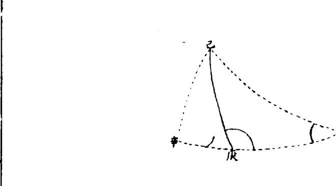
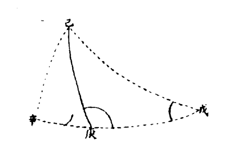
凡斜弧三角形先知之三件有相對之



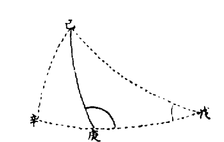
邊角而無對所求之邊角者則用垂弧法如甲乙丙斜弧三角形有甲角有甲乙邊有乙丙邊而求乙角及甲丙邊乃自乙角作乙丁垂弧於形内分為甲乙丁丙乙丁兩正弧三角形算之先用甲乙丁形求乙丁垂弧甲丁分邊及乙分角蓋此形有甲角有甲乙邊有丁直角以丁角正弦即半徑與甲角正弦之比同於甲乙邊正弦與乙丁垂弧正弦之比



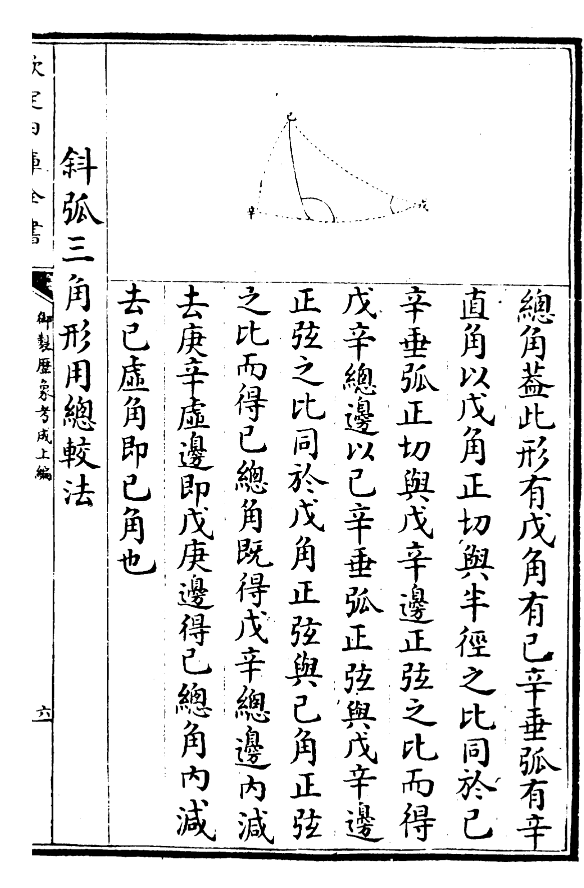
而得乙丁垂弧以半徑與甲角餘弦之比同於甲乙邊正切與甲丁邊正切之比而得甲丁分邊以甲乙邊正弦與甲丁邊正弦之比同於丁角正弦即半徑與乙分角正弦之比而得乙分角次用丙乙丁形求乙分角及丁丙分邊葢此形有乙丙邊有乙丁垂弧有丁直角以乙丙邊正切與乙丁垂弧正切之比同於半徑與乙分角餘弦之比而得乙分角

以丁角正弦即半徑與乙分角正弦之比同於乙丙邊正弦與丁丙邊正弦之比而得丁丙分邊既得兩分角並之即乙角得兩分邊並之即甲丙邊也又如戊己庚斜弧三角形有戊角有庚角有己庚邊而求戊庚邊及己角乃自己角作己辛垂弧於形外將戊庚弧引長至辛作戊己辛庚己辛兩正弧三角形算之先用庚己辛形求己辛垂弧庚辛虛邊



及己虛角葢此形有庚外角有己庚邊有辛直角以辛角正弦即半徑與庚角正弦之比同於己庚邊正弦與己辛垂弧正弦之比而得己辛垂弧以半徑與庚角餘弦之比同於己庚邊正切與庚辛虛邊正切之比而得庚辛虛邊以己庚邊正弦與庚辛邊正弦之比同於辛角正弦即半徑與己虛角正弦之比而得己虛角次用戊己辛形求戊辛總邊及己



總角葢此形有戊角有己辛垂弧有辛直角以戊角正切與半徑之比同於己辛垂弧正切與戊辛邊正弦之比而得戊辛總邊以己辛垂弧正弦與戊辛邊正弦之比同於戊角正弦與己角正弦之比而得己總角既得戊辛總邊內減去庚辛虛邊即戊庚邊得己總角內減去己虛角即己角也

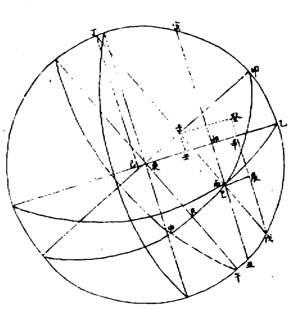
斜弧三角形用總較法

一率　中數
二率　矢較
三率　半徑
四率　角之正矢

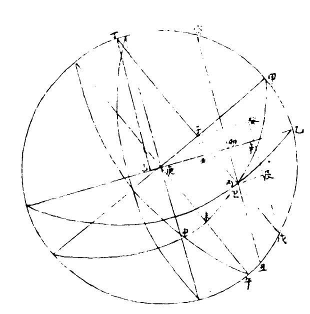
凡斜弧三角形知三邊求角者則用總較法以角傍之兩邊相加為總弧相減為較弧各取其餘弦相加減（總弧較弧俱不過象限或俱過象限則兩餘弦相減若一過象限一不過象限則兩餘弦相加其或過二象限者與過一象限同過三象限者與不過象限同）折半為中數又以對邊之矢與較弧之矢相減餘

一率　半徑
二率　角之正矢
三率　中數
四率　矢較

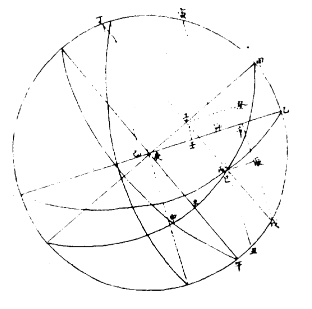
為矢較乃以中數與矢較為比同於半徑與所求角之正矢之比也如知兩邊一角兩角在兩邊之間者以半徑與所知角之正矢為比同於中數與矢較之比既得矢較與較弧之矢相加即得對邊之矢也如甲乙丙斜弧三角形有三



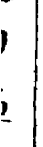
邊求甲角則以甲角傍之甲乙甲丙二邊相加得乙丁（甲丙甲戊甲丁三弧同為丁戊距等圈所截故其度相等）為總弧其正弦為丁己餘弦為己庚甲乙與甲丙相減餘乙戊為較弧其正弦為戊辛餘弦為辛庚兩餘弦相加得己辛（乙丁總弧過象限乙戊較弧不過象限其兩餘弦在圜心之兩

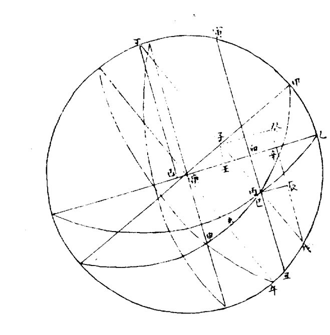


邊故相加折半得辛壬與癸子等為中數乙丙對邊與乙丑等乙丙與乙丑兩弧同為丑寅距等圈所截故其度相等其正弦為丑卯餘弦為卯庚正矢為乙卯以乙卯與乙戊較弧之正矢乙辛相減餘辛卯與辰巳等為矢較戊辰巳與戊癸子為同式兩句股形故癸

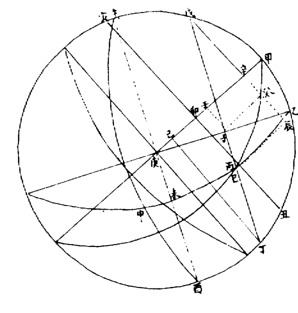


子與辰巳之比同於戊子與戊巳之比也又午庚為半徑戊子為距等圈之半徑午未與戊巳兩段同為甲丙申大圈所分則戊子與戊巳之比原同於午庚與午未之比是以中數癸子與矢較辰巳之比即同於半徑午庚與甲角正矢

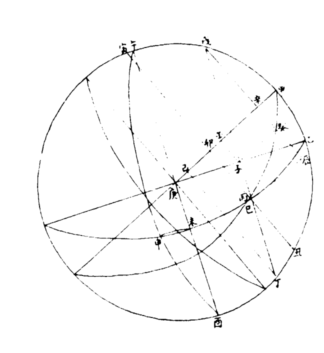




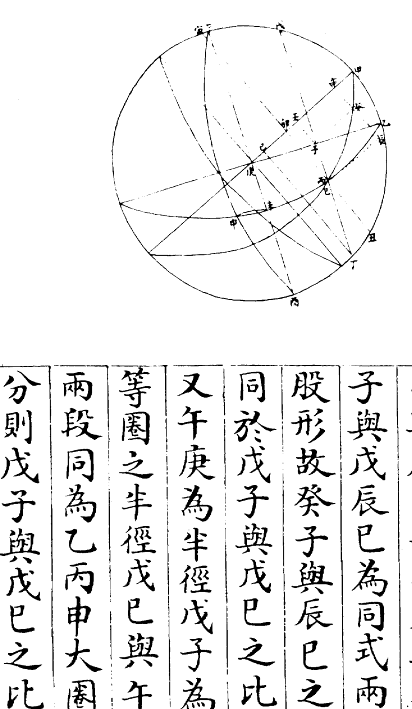
午未之比也以午未與午庚半徑相減餘未庚為甲角之餘弦檢表即得甲角所當午申弧之度也若先有甲角及甲乙甲丙二邊求乙丙對邊則以半徑午庚與甲角正矢午未之比即同於中數癸子與矢較辰巳之比既得辰巳與辛



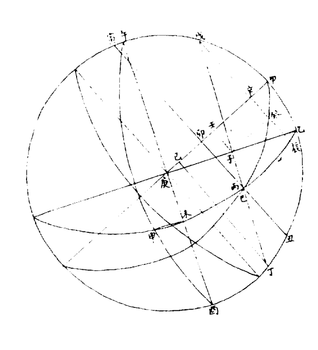
卯等與乙戊較弧之正矢乙辛相加得乙卯為乙丙對邊之正矢也如有甲乙甲丙乙丙三邊求乙角則以乙角傍甲乙乙丙二邊相加得甲丁（乙丙乙丁乙戊三弧同為戊丁距等圈所截故其度相等）為總弧其正弦為丁己餘弦為己庚甲乙與乙丙相減餘甲戊



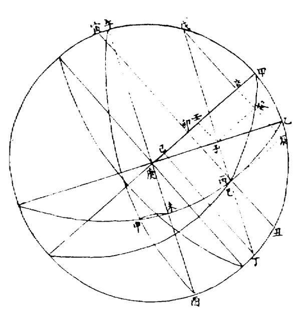
為較弧其正弦為戊辛餘弦為辛庚兩餘弦相減餘辛己甲丁總弧甲戊較弧皆不過象限其兩餘弦同在圜心之一邊故相減折半得辛壬與癸子等為中數甲丙對邊與甲丑等甲丙與甲丑兩弧同為寅丑距等圈所截故其度相等其正弦為丑卯餘弦為卯庚正矢為甲卯以甲卯與甲戊較



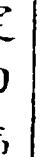
弧之正矢甲辛相減餘辛卯與辰巳等為矢較戊癸子與戊辰巳為同式兩勾股形故癸子與辰巳之比同於戊子與戊巳之比也又午庚為半徑戊子為距等圈之半徑戊巳與午未兩段同為乙丙申大圈所分則戊子與戊巳之比原



同於午庚與午未之比是以中數癸子與矢較辰巳之比即同於半徑午庚與乙角大矢午未之比也凡鈍角所用諸線皆與外角同惟矢則有正矢大矢之別如庚未為乙銳角所當中酉弧之餘弦亦為乙鈍角所當午申弧之餘弦檢表銳角即得本角度鈍角與半周相減亦即得本角度而未酉為乙銳角之正矢乃於酉庚半徑內減庚未餘弦午未為乙鈍角之大



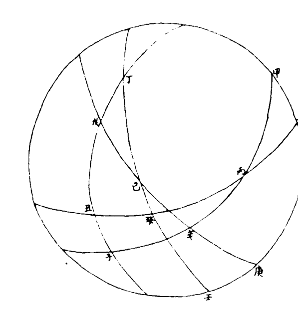
矢乃於午庚半徑加庚未餘弦也此正矢大矢之別過弧亦然於午未大矢內減午庚半徑餘庚未為乙角之餘弦檢表得乙外角度與半周相減餘即乙鈍角之度也若先有乙鈍角及甲乙乙丙二邊求甲丙對邊則以半徑午庚與乙角大矢午未之比即同於中數





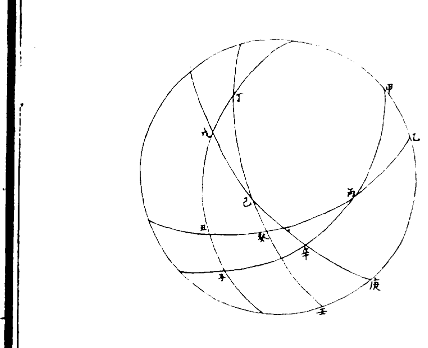




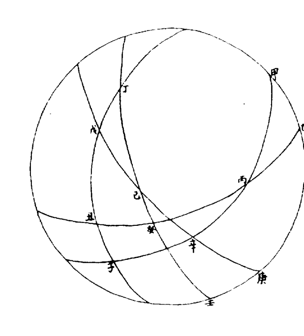


癸子與矢較辰巳之比既得辰巳與辛卯等與甲戌較弧之正矢甲辛相加得甲卯為甲丙對邊之正矢也

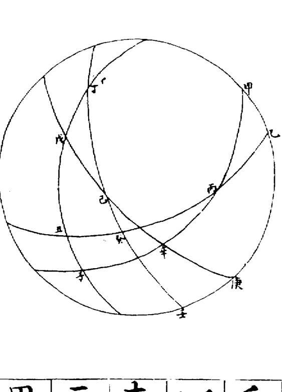
斜弧三角形知三角求邊者則用次形法如甲乙丙形可易為丁戊己次形蓋甲角之度當庚辛弧而庚



辛與己戊等庚己與辛戊皆象限故庚辛與己戊等故本形之甲角即次形之己戊邊乙外角之度當壬癸弧而壬癸與己丁等壬己與癸丁皆象限故壬癸與己丁等故本形之乙外角即次形之己丁邊丙角之度當子丑弧而子丑與戊丁等子戊與丑丁皆象限故子丑與戊丁等故本形



之丙角即次形之戊丁邊是本形之三角即次形之三邊也又次形丁角之度當癸丑弧而癸丑與乙丙等丙丑與乙癸皆象限故癸丑與乙丙等故次形之丁角即本形之乙丙邊戊外角之度當辛子弧而辛子與甲丙等丙子與甲辛皆象限故辛子與甲丙等故次形之

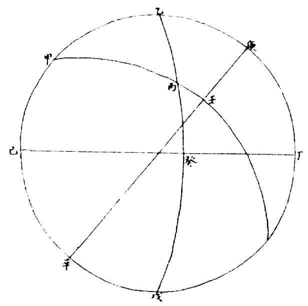


戊外角即本形之甲丙邊己角之度當庚壬弧而庚壬與甲乙等乙壬與甲庚皆象限故庚壬與甲乙等故次形之己角即本形之甲乙邊是本形之三邊即次形之三角也故用丁己戊次形仍用總較法算之求得次形之三角即得本形之三邊也如有

乙角丙角及乙丙邊而求甲角亦用丁戊己次形有己丁邊戊丁邊及丁角仍用總較法算之求得己戊邊即甲角也

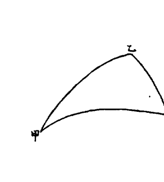
設如申正初刻測得太陽高三十二度地平經度偏西八十一度四十二分四十八秒求太陽距赤道緯度幾何

甲乙丙三角形甲為北極

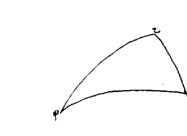


乙為天頂丙為太陽乙丁戊己為子午經圈乙丙癸戊為地平經圈丁己為地平庚辛為赤道庚壬為申正初刻距午正赤道六十度即甲角丙癸為太陽高三十二度即地平緯度一名高弧與乙癸象限相減餘太陽距天頂五十八度即乙丙邊





丁癸為地平經度偏西八十一度四十二分四十八秒與丁己半周相減餘癸己九十八度一十七分一十二秒即乙角丙壬為太陽距赤道緯度與甲壬象限相減餘甲丙邊為太陽距北極度故用甲乙丙三角形有甲乙二角及乙丙



一率　甲角正弦

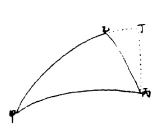
二率　乙角正弦

三率　乙丙正弦

四率　甲丙正弦

邊求甲丙邊以甲角六十度為對所知之角其正弦八百六十六萬零二百五十四為一率乙角九十八度一十七分一十二秒為對所求之角其正弦九百八十九萬五千五百九十三為二率乙丙五十八度為所知之邊其正弦八百

四十八萬零四百八十一為三率求得四率九百六十九萬零一百七十六為所求甲丙邊之正弦檢表得七十五度四十二分零一秒即甲丙弧之度與九十度相減餘一十四度一十七分五十九秒即太陽距赤道北之緯度也此法



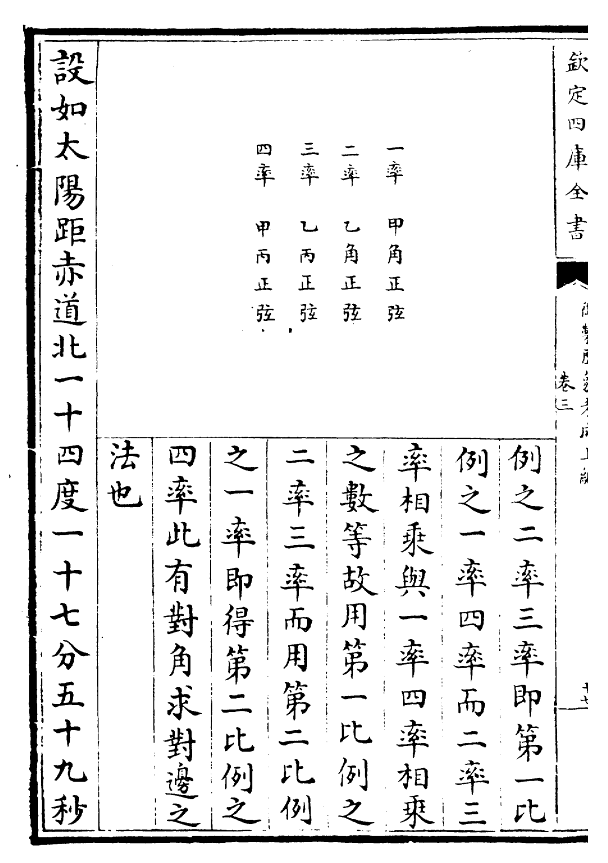


用邊角相比例與直線三角形同但直線三角形以角之正弦與邊相比（見數理精蘊第十七卷）此以角之正弦與邊之正弦相比其比例之理一也又以正弧之理明之試將甲乙弧引長至丁自丙角作丙丁垂弧則成甲丁丙乙丁丙兩正弧三

一率　丁角正弦
二率　乙角正弦
三率　乙丙正弦
四率　丙丁正弦

一率　甲角正弦
二率　丁角正弦
三率　丙丁正弦
四率　甲丙正弦

角形先求乙丁丙形丁角正弦（即半徑）為一率乙角正弦為二率乙丙正弦為三率丙丁正弦為四率此第一比例也次求甲丁丙形甲角正弦為一率丁角正弦（即半徑）為二率丙丁正弦為三率甲丙正弦為四率此第二比例也然第二比

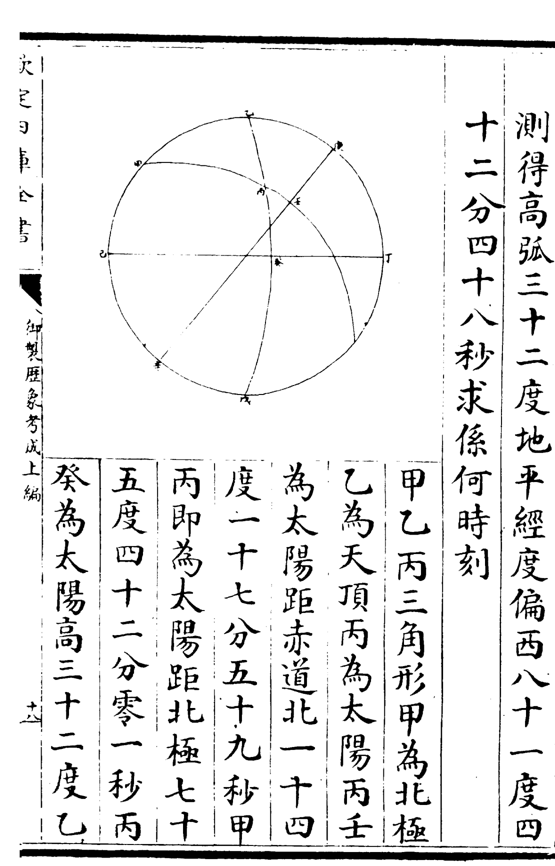


例之二率三率即第一比例之一率四率而二率三率相乘與一率四率相乘之數等故用第一比例之二率三率而用第二比例之一率即得第二比例之四率此有對角求對邊之法也

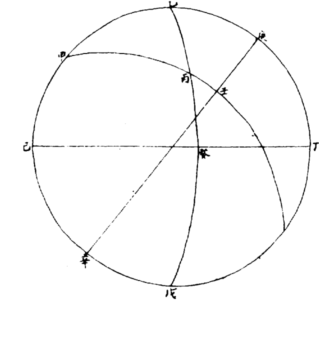
一率　甲角正弦
二率　乙角正弦
三率　乙丙正弦
四率　甲丙正弦

設如太陽距赤道北一十四度一十七分五十九秒

測得高弧三十二度地平經度偏西八十一度四十二分四十八秒求係何時刻



甲乙丙三角形甲為北極乙為天頂丙為太陽丙壬為太陽距赤道北一十四度一十七分五十九秒甲丙即為太陽距北極七十五度四十二分零一秒丙癸為太陽高三十二度乙



丙即為太陽距天頂五十八度丁癸為地平經度偏西八十一度四十二分四十八秒癸己為九十八度一十七分一十二秒即乙角庚壬為太陽距午正赤道度即甲角故用甲乙丙三角形有乙角及甲丙乙丙二邊求甲角以甲丙七

一率　甲丙正弦
二率　乙丙正弦
三率　乙角正弦
四率　甲角正弦

十五度四十二分零一秒為對所知之邊其正弦九百六十九萬零一百七十六為一率乙丙五十八度為對所求之邊其正弦八百四十八萬零四百八十一為二率乙角九十八度一十七分一十二秒為所知之角其正弦九百八十

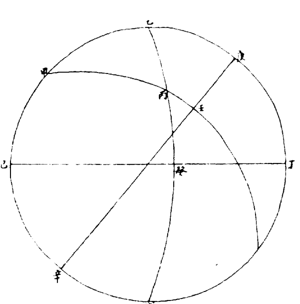
一率　甲丙正弦
二率　乙丙正弦
三率　乙角正弦
四率　甲角正弦

乙
丙
甲

九萬五千五百九十三為三率求得四率八百六十六萬零二百五十四為所求甲角之正弦檢表得六十度即甲角度以六十度變得二時從午正初刻後計之因偏西故為午正後為申正初刻也此有對邊求對角之法也

設如北極出地四十度申正初刻測得太陽高三十二度求太陽距赤道緯度及地平經度各幾何

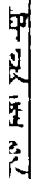
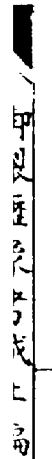
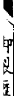
甲乙丙三角形甲為北極乙為天頂丙為太陽甲己為北極出地四十度甲乙即為北極距天頂五十度庚壬為申正初刻距午正赤道六十度即甲角丙癸為太陽高三十二度乙丙



即為太陽距天頂五十八度丙壬為太陽距赤道緯度甲丙為其餘丁癸為地平經度即乙角之外角甲乙丙形之乙角當癸己弧其癸乙丁外角即當丁癸弧故用甲乙丙三角形有甲角及甲乙乙丙二邊求甲丙邊及乙角乃自乙角作乙丁垂弧分為甲乙丁丙

一率　丁角正弦
二率　甲角正弦
三率　甲乙正弦
四率　乙丁正弦

乙丁丙正弧三角形先求甲乙丁形以丁角正弦即半徑一千萬為一率甲角六十度之正弦八百六十六萬零二百五十四為二率甲乙五十度之正弦七百六十六萬零四百四十四為三率求得四率六百六十三萬四千一百三十





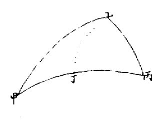








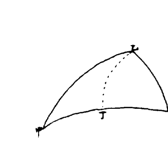


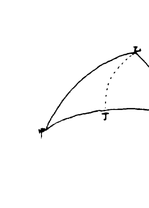


九為乙丁弧之正弦檢表得四十一度三十三分三十九秒即乙丁弧之度也此即正弧三角形有黃赤交角有黃道求距緯之法蓋甲角即如黃赤交角甲乙即如黃道甲丁即如赤道乙丁即如距緯又以半徑一千萬為一率甲角六十度之餘弦五百萬為二率甲乙五十度之正切一千一百

一率　半徑
二率　甲角餘弦
三率　甲乙正切
四率　甲丁正切

九十一萬七千五百三十六為三率求得四率五百九十五萬八千七百六十八為甲丁弧之正切檢表得三十度四十七分二十三秒即甲丁弧之度也此即正弧三角形有黃赤交角有黃道求赤道之法又以甲乙五十度之正弦七百六十六萬零四百四十



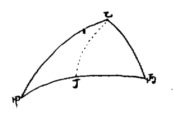


一率　甲乙正弦
二率　甲丁正弦
三率　丁角正弦
四率　乙分角正弦

四為一率甲丁三十度四十七分二十三秒之正弦五百一十一萬八千八百八十八為二率丁角正弦即半徑一千萬為三率求得四率六百六十八萬二千二百三十四為乙分角之正弦檢表得四十一度五十五分四十八秒即乙

一率　乙丁餘弦
二率　乙丙餘弦
三率　半徑
四率　丙丁餘弦

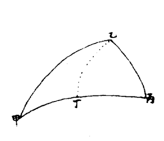
分角之度也此即正弧三角形有黄道有赤道求黄道交極圈角之法次求乙丙丁形以乙丁四十一度三十三分三十九秒之餘弦七百四十八萬二千五百二十六為一率乙丙五十八度之餘弦五百二十九萬九千一百九十三為二率半徑一千萬為三率求



得四率七百零八萬二千零九十一為丙丁弧之餘弦檢表得四十四度五十四分三十八秒即丙丁弧之度也此即正弧三角形有黄道有距緯求赤道之法葢丙角即如黄赤交角乙丙即如黄道丙丁即如赤道乙丁即如距緯又以乙丙五十八度之正弦八百四十八萬零四百八十一為

一率　乙丙正弦
二率　丙丁正弦
三率　丁角正弦
四率　乙分角正弦

一率丙丁四十四度五十四分三十八秒之正弦七百零六萬零二十七為二率丁角正弦即半徑一千萬為三率求得四率八百三十二萬五千零三十為乙分角之正弦檢表得五十六度二十一分二十四秒即乙分角之度也此即正弧

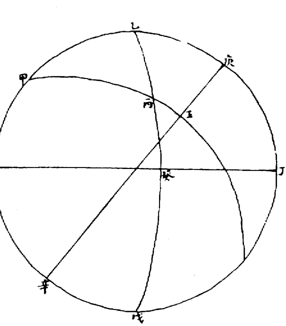


三角形有黃道有距緯求黃赤交角之法蓋乙分角即如黃赤交角乙丙即如黃道乙丁即如赤道丙丁即如距緯乃以甲丁丙丁相併得甲丙七十五度四十二分零一秒即太陽距北極度與九十度相減餘一十四度一十七分五十九秒即太陽距赤道北之緯度如甲丙大於九十度則減去九十度餘為太陽距赤

道南之緯度以兩乙分角相併得九十八度一十七分一十二秒與一百八十度相減餘八十一度四十二分四十八秒即太陽距午正偏西之地平經度也此作垂弧於形內之法也

設如申正初刻測得太陽高三十二度地平經度偏西八十一度四十二分四十八秒求北極出地度

幾何



甲乙丙三角形甲為北極乙為天頂丙為太陽丙癸為太陽高三十二度乙丙即為太陽距天頂五十八度庚壬為申正初刻距午正赤道六十度即甲角丁癸為地平經度偏西八十一度四十二分四十八秒

一率　丁角正弦
二率　乙角正弦
三率　乙丙正弦
四率　丙丁正弦

即乙角之外角甲己為北極出地度甲乙為其餘故用甲乙丙三角形有甲乙二角及乙丙邊求甲乙邊乃自丙角作丙丁垂弧補成甲丙丁乙丙丁兩正弧三角形先求乙丙丁形以丁角正弦即半徑一千萬為一率乙角九十八度一

一率　丁角正弦
二率　乙角正弦
三率　乙丙正弦
四率　丙丁正弦

十七分一十二秒之正弦九百八十九萬五千五百九十三為二率乙丙五十八度之正弦八百四十八萬零四百八十一為三率求得四率八百三十九萬一千九百三十九為丙丁弧之正弦檢表得五十七度零三分一十八秒即丙

一率　半徑

二率　乙角餘弦

三率　乙丙正切

四率　乙丁正切

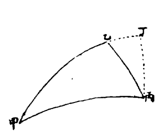
丁弧之度也此即正弧三角形有黃赤交角有黃道求距緯之法蓋乙角即如黃赤交角乙丙即如黃道乙丁即如赤道丙丁即如距緯又以半徑一千萬為一率乙角九十八度一十七分一十二秒之餘弦一百四十四萬一千二百六十為二率乙丙五十八度之正切一千六百萬零三千三百

一率 半徑
二率 乙角餘弦
三率 乙丙正切
四率 乙丁正切

四十五為三率求得四率二百三十萬六千四百九十八為乙丁弧之正切檢表得一十二度五十九分一十七秒即乙丁弧之度也此即正弧三角形有黃赤交角有黃道求赤道之法次求甲丙丁形以甲角六十度之正切一千七百三十二萬零五百零八為

一率　甲角正切
二率　半徑
三率　丙丁正切
四率　甲丁正弦

一率半徑一千萬為二率丙丁五十七度零三分一十八秒之正切一千五百四十三萬一千零五十九為三率求得四率八百九十萬九千一百二十六為甲丁弧之正弦檢表得六十二度五十九分一十七秒即甲丁弧之度也此即正弦

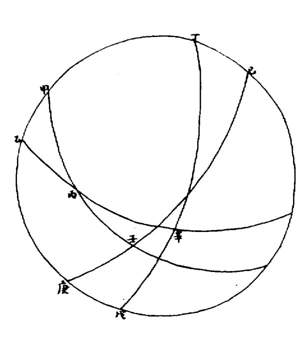


三角形有黃赤交角有距緯求赤道之法葢甲角即如黃赤交角甲丙即如黃道甲丁即如赤道丙丁即如距緯乃以甲丁與乙丁相減餘甲乙五十度即北極距天頂又與九十度相減餘四十度即北極出地度也若求丙角則求得丙總角與丙虛角相減即得此作垂弧於形外之法也

設如大角星黃道緯北三十一度零三分赤道緯北

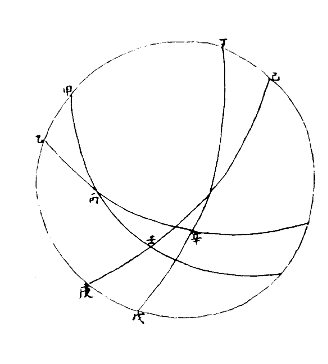
二十度五十八分四十七秒黃極赤極（即北極）相距二十三度三十分求黃道經度赤道經度各幾何

甲乙丙三角形甲為赤極（即北極）乙為黃極甲乙相距二十三度三十分丙為大角星丁戊為黃道己庚為赤道丙辛為黃道緯北三十一度零三分乙丙即為星距黃極五十八度五十



七分丙壬為赤道緯北二十度五十八分四十七秒甲丙即為星距赤極六十九度零一分一十三秒丁辛為星距夏至後黃道經度即乙角己壬為星距夏至後赤道經度即甲角之外角故用甲乙丙三角形有甲乙甲丙乙丙三邊求

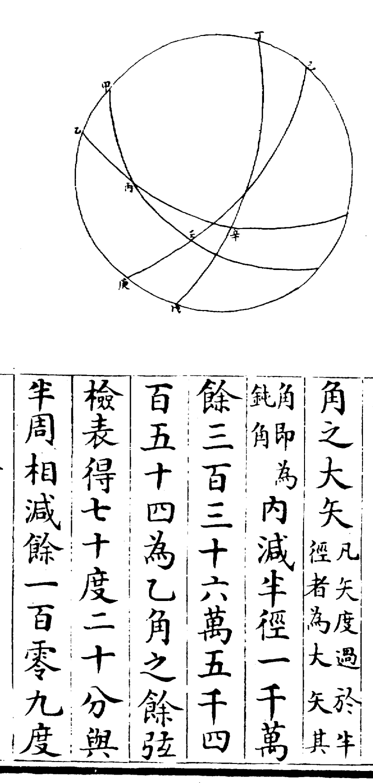
甲乙二角先求乙角則以夾乙角之甲乙邊二十三度三十分與乙丙邊五十八度五十七分相加得八十二度二十七分為總弧其餘弦一百三十一萬三千九百一十三又以甲乙乙丙兩邊相減餘三十五度二十七分為較弧其餘



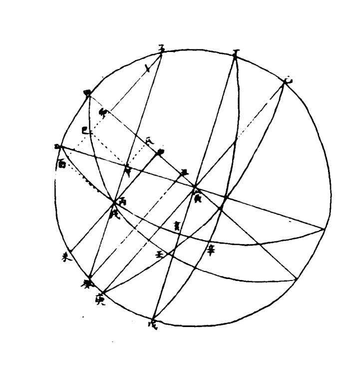
弦八百一十四萬六千二百二十兩餘弦相減總弧較弧俱不過象限或俱過象限則兩餘弦相減若一過象限一不過象限則兩餘弦相加其或過二象限者與過一象限同過三象限者與不過象限同餘六百八十三萬二千三百零七折半得三百四十一萬六千一百五十四為中數為一率以對乙角之甲丙

一率　中數
二率　矢較
三率　半徑
四率　乙角大矢

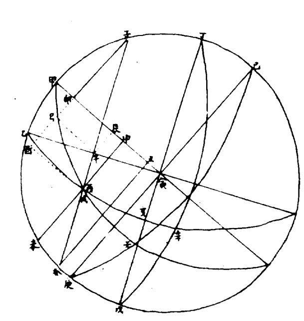
邊六十九度零一分一十三秒之正矢六百四十一萬九千六百二十五餘弦與半徑相減得正矢與較弧三十五度二十七分之正矢一百八十五萬三千七百八十相減餘四百五十六萬五千八百四十五為矢較為二率半徑一千萬為三率求



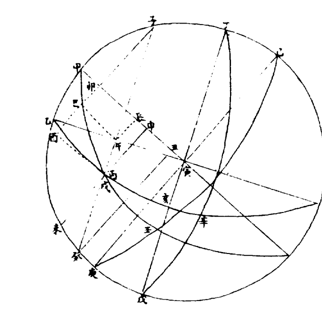
得四率一千三百三十六萬五千四百五十四為乙角之大矢（凡矢度過於半徑者為大矢其角即為鈍角）內減半徑一千萬餘三百三十六萬五千四百五十四為乙角之餘弦檢表得七十度二十分與半周相減餘一百零九度四十分為乙角度即星距



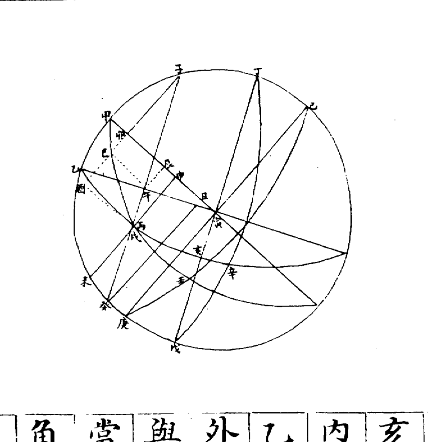
夏至後黃道經度自夏至未宮初度逆計之為卯宮一十九度四十分也如圖甲乙與乙丙相加得甲癸為總弧乙丙乙癸乙子三弧同為癸子距等圈所截故其度相等其正弦為癸丑餘弦為丑寅甲乙與乙丙相減餘甲子為較弧其正弦為子卯餘弦為卯寅以



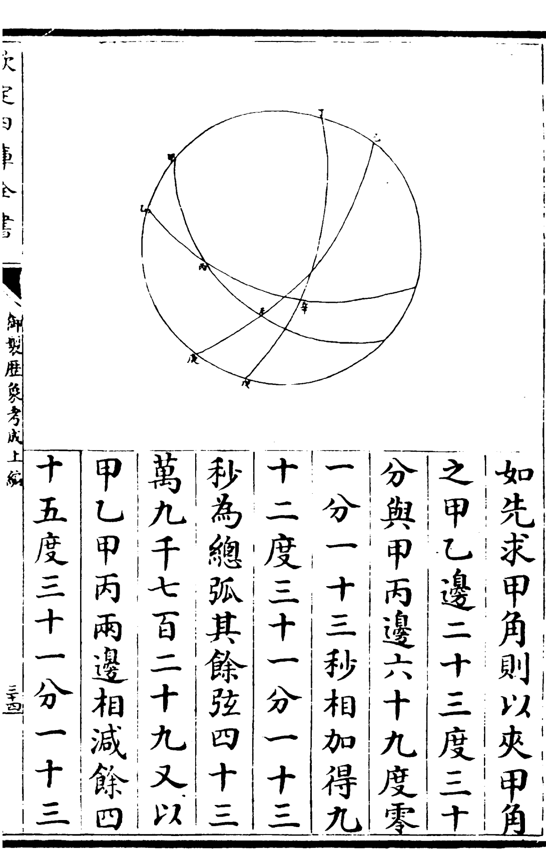
丑寅與卯寅兩餘弦相減餘卯丑折半得卯辰與巳午等為中數又對乙角之甲丙邊與甲未等其正弦為未申餘弦為申寅正矢為甲申以甲申與甲子較弧之正矢甲卯相減餘卯申與酉戌等為矢較遂成子酉戌與子巳午同式兩



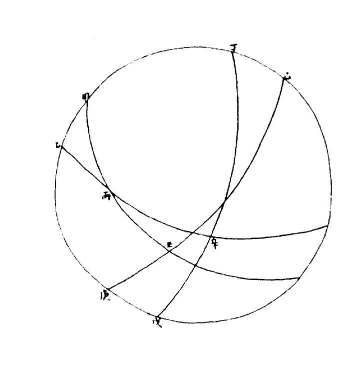
勾股形故巳午與酉戌之比必同於子午與子戌之比也又丁寅為半徑子午為距等圈之半徑子戌與丁亥兩段同為乙丙辛黃道經圈之所分則子午與子戌之比原同於丁寅與丁亥之比是以中數巳午與矢較酉戌之比即同於



半徑丁寅與乙角大矢丁亥之比也既得丁亥大矢内減丁寅半徑餘寅亥即乙外角之餘弦檢表得乙外角所當辛戊弧之度復與半周相減即得乙角所當丁辛弧之度也既得乙角則以對邊對角之法求之即得甲角度矣



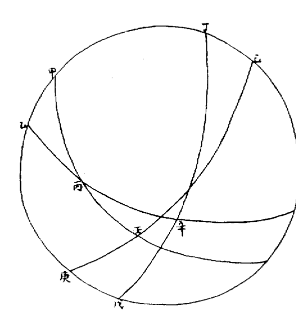
如先求甲角則以夾甲角之甲乙邊二十三度三十分與甲丙邊六十九度零一分一十三秒相加得九十二度三十一分一十三秒為總弧其餘弦四十三萬九千七百二十九又以甲乙甲丙兩邊相減餘四十五度三十一分一十三



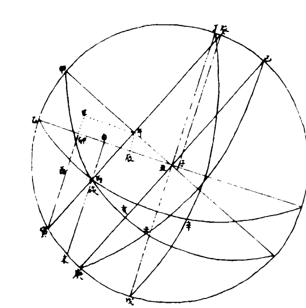
秒為較弧其餘弦七百萬零六千五百六十八兩餘弦相加總弧過象限較弧不過象限故兩餘弦相加得七百四十四萬六千二百九十七折半得三百七十二萬三千一百四十八為中數為一率以對甲角之乙丙邊五十八度五十七分之正矢四百八

一率　中數
二率　矢較
三率　半徑
四率　甲角正矢

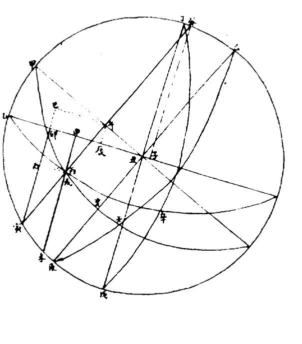
十四萬二千一百四十一
與較弧四十五度三十一
分一十三秒之正矢二百
九十九萬三千四百三十
二相減餘一百八十四萬
八千七百零九為矢較為
二率半徑一千萬為三率
求得四率四百九十六萬
五千四百四十五為甲角



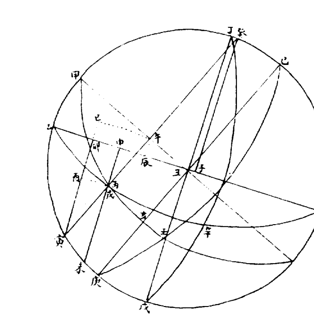
之正矢與半徑一千萬相減餘五百零三萬四千五百五十五為甲角之餘弦檢表得五十九度四十六分一十六秒即甲角度與半周相減餘一百二十度一十三分四十四秒即星距夏至後赤道經度自夏至未宮初度逆計之為卯



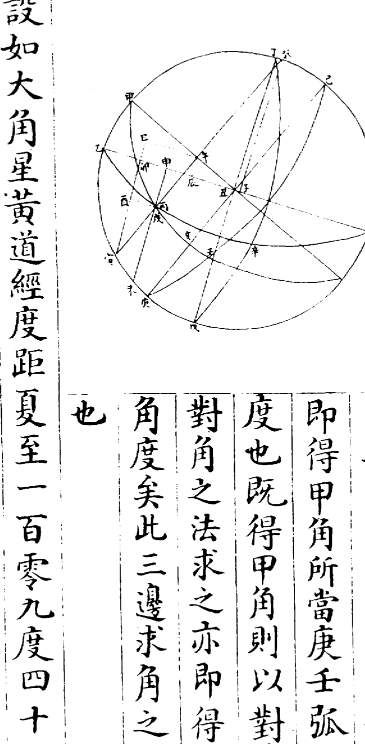
宮初度一十三分四十四秒也如圖甲乙與甲丙相加得乙癸為總弧其正弦為癸子餘弦為子丑甲乙與甲丙相減餘乙寅為較弧其正弦為寅卯餘弦為卯丑兩餘弦相加得卯子因兩餘弦在圓心之兩邊故相加折半得卯辰與巳午等為中數又



對甲角之乙丙邊與乙未等其正弦為未申餘弦為申丑正矢為乙申以乙申與乙寅較弧之正矢乙卯相減餘卯申與酉戌等為矢較遂成寅巳午與寅酉戌同式兩勾股形故巳午與酉戌之比同於寅午與寅戌之比又庚丑為半徑



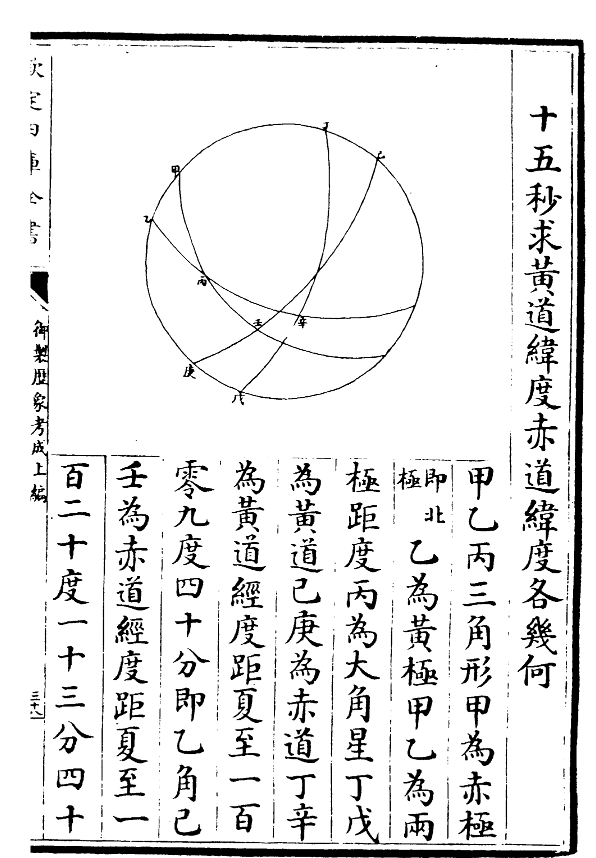
寅午為距等圈之半徑寅戊與庚亥兩段同為甲丙壬赤道經圈之所分則寅午與寅戊之比原同於庚丑與庚亥之比是以巳午中數與矢較酉戊之比即同於半徑庚丑與甲角正矢庚亥之比也既得庚亥正矢與庚丑半徑相減餘



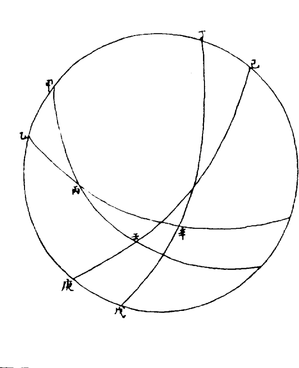
亥丑即甲角之餘弦檢表即得甲角所當庚壬弧之度也既得甲角則以對邊對角之法求之亦即得乙角度矣此三邊求角之法也

設如大角星黃道經度距夏至一百零九度四十分赤道經度距夏至一百二十度一十三分四十四秒黃赤兩過極經圈交角二十三度四十二分四

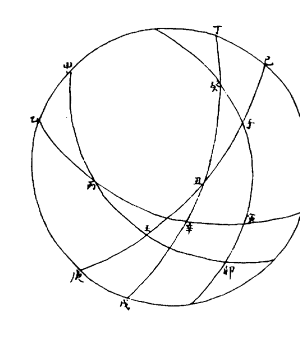
十五秒求黄道緯度赤道緯度各幾何



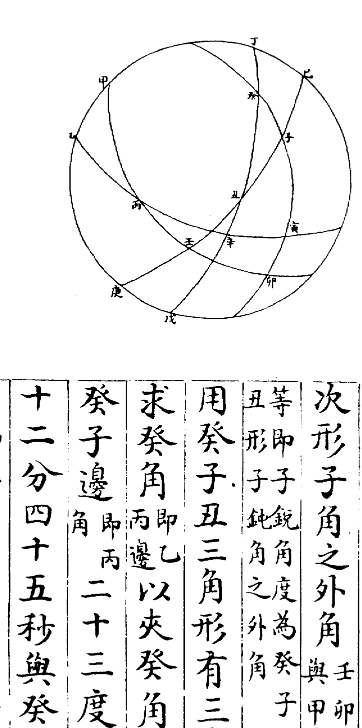
甲乙丙三角形甲為赤極即北極乙為黄極甲乙為兩極距度丙為大角星丁戊為黄道己庚為赤道丁辛為黄道經度距夏至一百零九度四十分即乙角己壬為赤道經度距夏至一百二十度一十三分四十



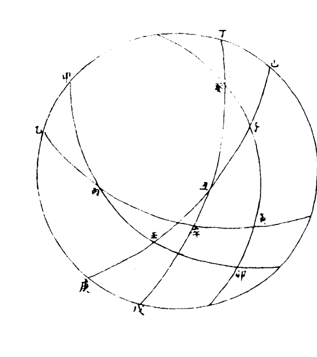
四秒即甲角之外角丙角為甲壬乙辛兩經圈交角二十三度四十二分四十五秒丙辛為黄道北緯度乙丙為其餘丙壬為赤道北緯度甲丙為其餘故用甲乙丙三角形有甲乙丙三角求乙丙甲丙二邊乃用次形法先求乙丙邊將



甲乙丙形易為癸子丑次形蓋本形之甲角即次形之子丑邊（甲角當庚壬弧與子丑等）本形乙角之外角即次形之癸丑邊（乙角之外角當戊辛弧與癸丑等）本形之丙角即次形之癸子邊（丙角當寅卯弧與癸子等）本形之甲乙邊即次形之丑角（丁己弧與甲乙等即丑角度）本形之乙丙



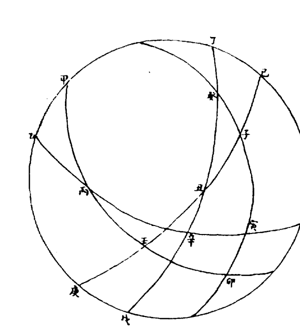
邊即次形之癸角辛寅弧與乙丙等即癸角度本形之甲丙邊即次形子角之外角壬卯弧與甲丙等即子銳角度為癸子丑形子鈍角之外角故用癸子丑三角形有三邊求癸角即乙丙邊以夾癸角之癸子邊即丙角二十三度四十二分四十五秒與癸丑邊即乙外角七十度二十分相



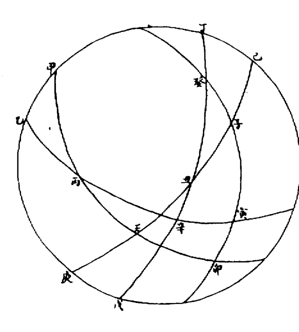
加得九十四度零二分四十五秒為總弧其餘弦七十萬五千五百四十四又以癸子癸丑兩邊相減餘四十六度三十七分一十五秒為較弧其餘弦六百八十六萬八千二百三十二兩餘弦相加總弧過象限較弧不過象限故兩餘弦相加得七百五十

一率　中數
二率　矢較
三率　半徑
四率　癸角正矢

七萬三千七百七十六折半得三百七十八萬六千八百八十八為中數為一率以對癸角之子丑邊即甲角五十九度四十六分一十六秒之正矢四百九十六萬五千四百四十五與較弧四十六度三十七分一十五秒之正矢三百一



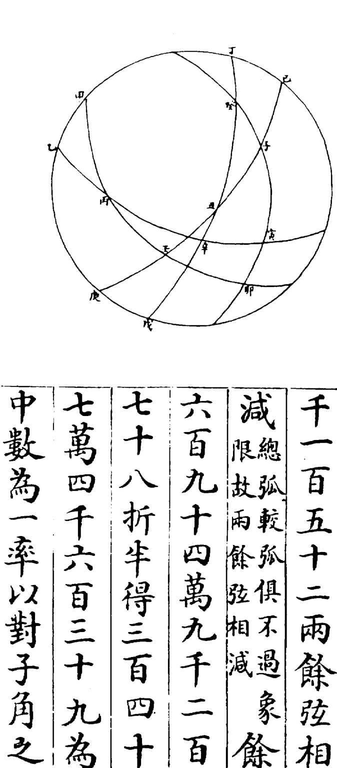
十三萬一千七百六十八相減餘一百八十三萬三千六百七十七為矢較為二率半徑一千萬為三率求得四率四百八十四萬二千一百七十四為癸角之正矢與半徑一千萬相減餘五百一十五萬七千八百二十六為癸角之餘



弦檢表得五十八度五十七分即癸角度亦即乙丙邊度與象限相減餘三十一度零三分即黃道北之緯度也既得乙丙邊則以對邊對角之法求之即得甲丙邊矣

如先求甲丙邊則用癸子丑次形求子角子角之外角當壬卯

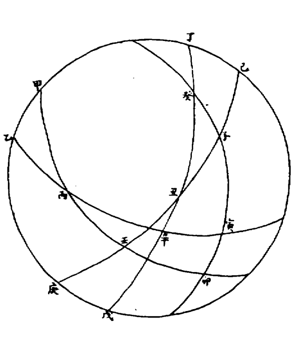
弧與甲丙等以夾子角之子丑邊即甲角五十九度四十六分一十六秒與癸子邊即丙角二十三度四十二分四十五秒相加得八十三度二十九分零一秒為總弧其餘弦一百一十三萬四千八百七十四又以子丑癸子兩邊相減餘三十六



度零三分三十一秒為較弧其餘弦八百零八萬四千一百五十二兩餘弦相減總弧較弧俱不過象限故兩餘弦相減餘六百九十四萬九千二百七十八折半得三百四十七萬四千六百三十九為中數為一率以對子角之癸丑邊即乙外角七十度二十

一率　中數
二率　矢較
三率　半徑
四率　子角大矢

分之正矢六百六十三萬四千五百二十五與較弧三十六度零三分三十一秒之正矢一百九十一萬五千八百四十八相減餘四百七十一萬八千六百七十七為矢較為二率半徑一千萬為三率求得四率一千三百五十八萬零

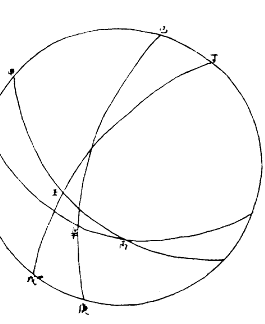


三百三十七為子角之大矢內減半徑一千萬餘三百五十八萬零三百三十七為子角之餘弦檢表得六十九度零一分一十三秒即子角之外角度亦即甲丙邊度與象限相減餘二十度五十八分四十七秒即赤道北之緯度也既

得甲丙邊則以對邊對角之法求之亦即得乙丙邊矣此三角求邊之法也

設如土星黃道經度卯宮二度二十九分距夏至一百二十二度二十九分黃道南緯度二度三十七分黃極赤極相距二十三度三十分求赤道經度緯度各幾何

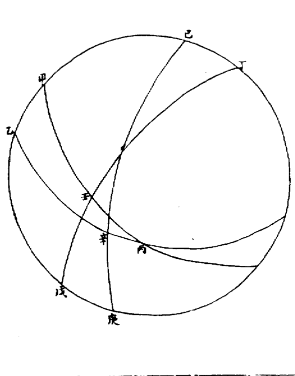
甲乙丙三角形甲為赤極即北極乙為黃極甲乙相距



二十三度三十分丙為土星丁戊為赤道己庚為黃道己辛為黃道經度距夏至一百二十二度二十九分即乙角丙辛為黃道南緯度二度三十七分乙丙為星距黃極九十二度三十七分丙壬為赤道南緯度甲丙即星距北極度丁

一率　半徑
二率　乙角大矢
三率　中數
四率　矢較

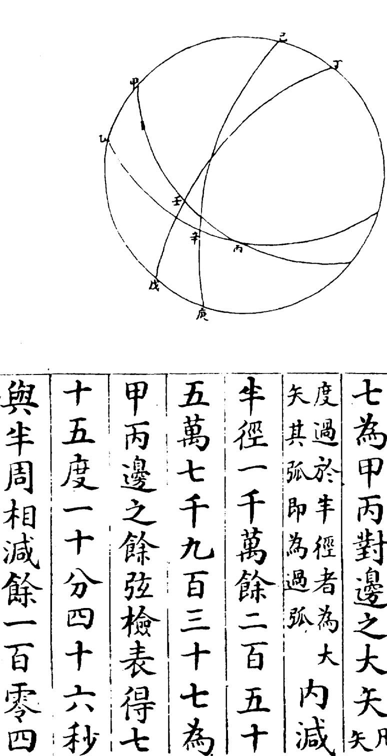
壬為距夏至赤道經度即甲角之外角故用甲乙丙三角形有乙角及甲乙丙二邊求甲丙邊及甲角先求甲丙邊以半徑一千萬為一率乙角一百二十二度二十九分之大矢一千五百三十七萬零五百四十二為二率以夾乙角



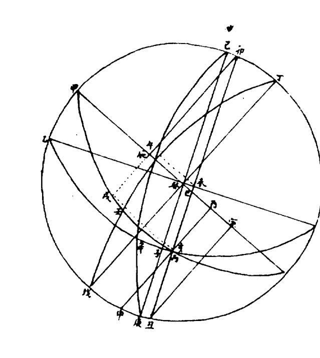
之甲乙邊二十三度三十分與乙丙邊九十二度三十七分相加得一百一十六度零七分為總弧其餘弦四百四十萬二千零四又以甲乙乙丙兩邊相減餘六十九度零七分為較弧其餘弦三百五十六萬四千六百六十二兩餘弦

一率　半徑
二率　乙角大矢
三率　中數
四率　矢較

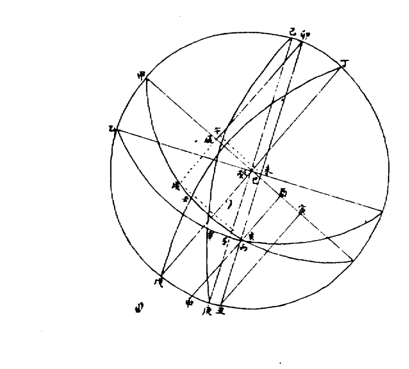
相加總弧過象限較弧不過象限故兩餘弦相加得七百九十六萬六千六百六十六折半得三百九十八萬三千三百三十三為中數為三率求得四率六百一十二萬二千五百九十九為矢較與較弧六十九度零七分之正矢六百四十三萬五千三百



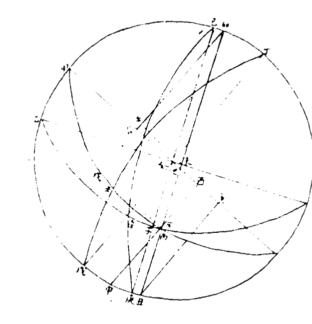
三十八相加得一千二百五十五萬七千九百三十七為甲丙對邊之大矢（凡矢度過於半徑者為大矢其弧即為過弧）內減半徑一千萬餘二百五十五萬七千九百三十七為甲丙邊之餘弦檢表得七十五度一十分四十六秒與半周相減餘一百零四



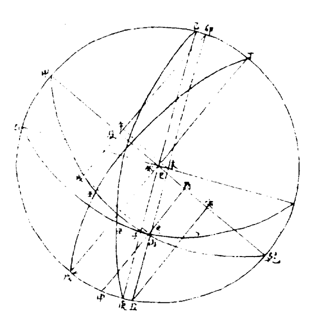
度四十九分一十四秒即甲丙邊之度內減九十度餘一十四度四十九分一十四秒為赤道南之緯度也如圖己癸為半徑己子為甲角之大矢甲乙與乙丙相加乙丙與乙丑乙卯皆相等得甲丑為總弧其正弦為丑寅餘弦為寅癸甲乙與乙丙



相減餘甲卯為較弧其正弦為卯辰餘弦為辰癸兩餘弦相加得辰寅折半得辰巳與午未等為中數又對乙角之甲丙邊與甲申等其正弦為申酉餘弦為酉癸大矢為甲酉以甲酉與甲卯較弧之正矢甲辰相減餘辰酉與戌亥等為



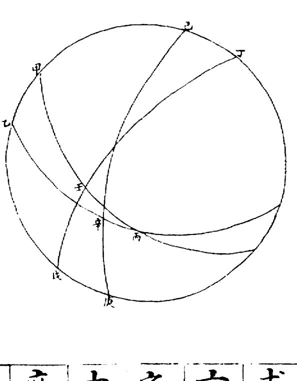
矢較遂成卯午未與卯戌亥同式兩勾股形而卯未與卯亥之比同於午未與戌亥之比又卯未為丑卯距等圈之半徑卯亥與巳子兩段同為乙辛丙黃道經圈之所分則卯未與卯亥之比原同於巳癸與巳子之比是以半徑巳癸與



乙角大矢巳子之比即同於中數午未與矢較戌亥之比也旣得戌亥矢較與甲卯較弧之正矢甲辰相加得甲酉即為甲丙弧之大矢内減甲癸半徑餘酉癸為甲丙弧之餘弦亦即丙乾弧之餘弦檢表得丙乾弧之度故與半周相減

一率　甲丙正弦
二率　乙丙正弦
三率　乙角正弦
四率　甲角正弦

始為甲丙弧之度也次求甲角則以甲丙弧一百零四度四十九分一十四秒之正弦九百六十六萬七千三百一十六為一率乙丙弧九十二度三十七分之正弦九百九十八萬九千五百七十三為二率乙角一百二十二度二十九



分之正弦八百四十三萬五千四百七十七為三率求得四率八百七十一萬六千六百七十一為甲角之正弦檢表得六十度三十九分一十秒即甲角之度與半周相減餘一百一十九度二十分五十秒即星距夏至赤道經度自夏

一率　丁角正弦
二率　乙角正弦
三率　甲乙正弦
四率　甲丁正弦

至未宮初度逆計之為辰宮二十九度二十分五十秒也

又法將乙丙弧引長至丁自甲作甲丁垂弧補成甲丁乙甲丁丙兩正弧三角形先求甲丁乙形以丁角正弦即半徑一千萬為一率乙外角五十七度三十

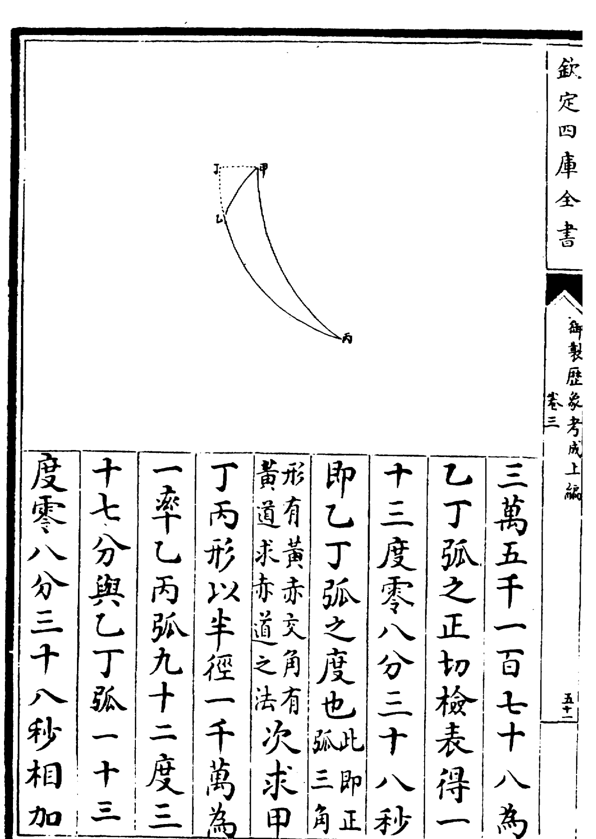
一率　丁角正弦
二率　乙角正弦
三率　甲乙正弦
四率　甲丁正弦

一分之正弦八百四十三萬五千四百七十七為二率甲乙弧二十三度三十分之正弦三百九十八萬七千四百九十一為三率求得四率三百三十六萬三千六百三十八為甲丁弧之正弦檢表得一十九度三十九分二十秒即甲

丁 甲 乙 丙

一率 半徑
二率 乙角餘弦
三率 甲乙正切
四率 乙丁正切

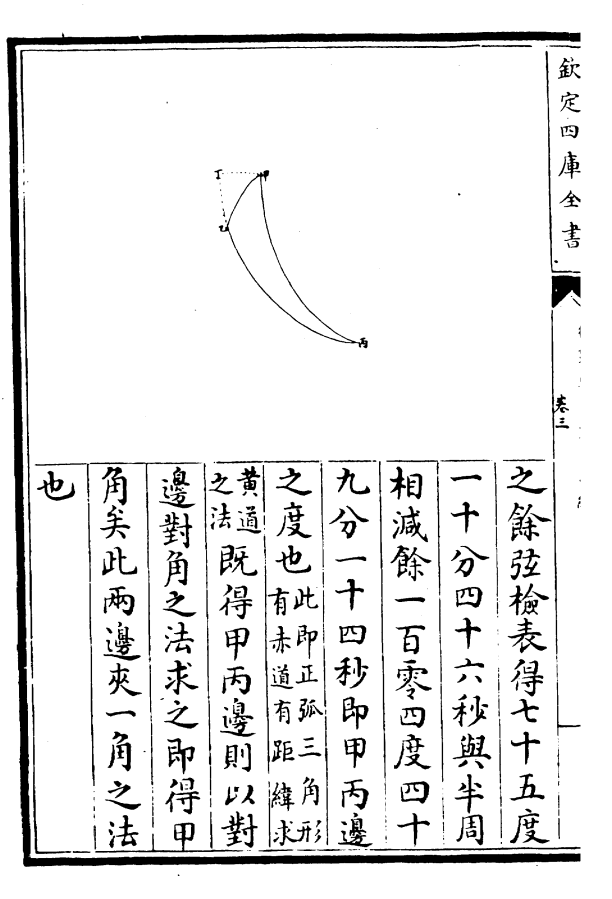
丁弧之度也此即正弧三角形有黃赤交角有黃道求距緯之法又以半徑一千萬為一率乙外角五十七度三十一分之餘弦五百三十七萬零五百四十二為二率甲乙二十三度三十分之正切四百三十四萬八千一百二十四為三率求得四率二百三十



三萬五千一百七十八為乙丁弧之正切檢表得一十三度零八分三十八秒即乙丁弧之度也此即正弧三角形有黃赤交角有黃道求赤道之法次求甲丁丙形以半徑一千萬為一率乙丙弧九十二度三十七分與乙丁弧一十三度零八分三十八秒相加

一率　半徑
二率　丙丁餘弦
三率　甲丁餘弦
四率　甲丙餘弦

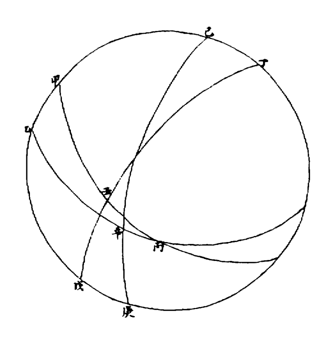
得丙丁弧一百零五度四十五分三十八秒其餘弦二百七十一萬六千一百七十八為二率甲丁弧一十九度三十九分二十秒之餘弦九百四十一萬七千三百一十八為三率求得四率二百五十五萬七千九百一十一為甲丙弧



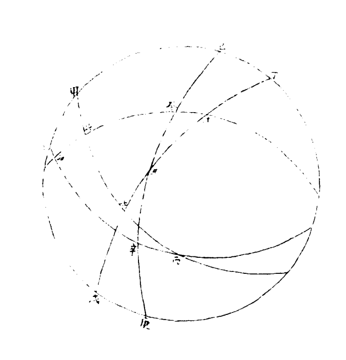
之餘弦檢表得七十五度一十分四十六秒與半周相減餘一百零四度四十九分一十四秒即甲丙邊之度也此即正弧三角形有赤道有距緯求黄道之法既得甲丙邊則以對邊對角之法求之即得甲角矣此兩邊夾一角之法也

設如土星黄道經度卯宫二度二十九分距夏至一百二十二度二十九分赤道經度辰宫二十九度二十分五十秒距夏至一百一十九度二十分五十秒黄極赤極相距二十三度三十分求黄道緯度赤道緯度各幾何

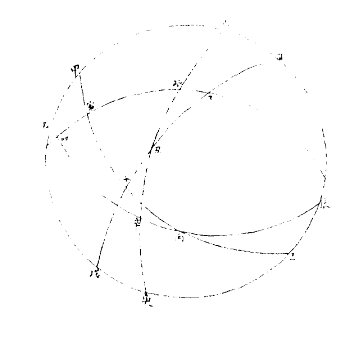
甲乙丙三角形甲為赤極即北極乙為黄極甲乙相距二十三度三十分丙為土星丁戊為赤道己庚為黄



道己辛為黄道經度距夏至一百二十二度二十九分即乙角丁壬為赤道經度距夏至一百一十九度二十分五十秒即甲角之外角丙辛為黄道南緯度乙丙為星距黄極度丙壬為赤道南緯度甲丙為星距赤極度故用甲乙丙三



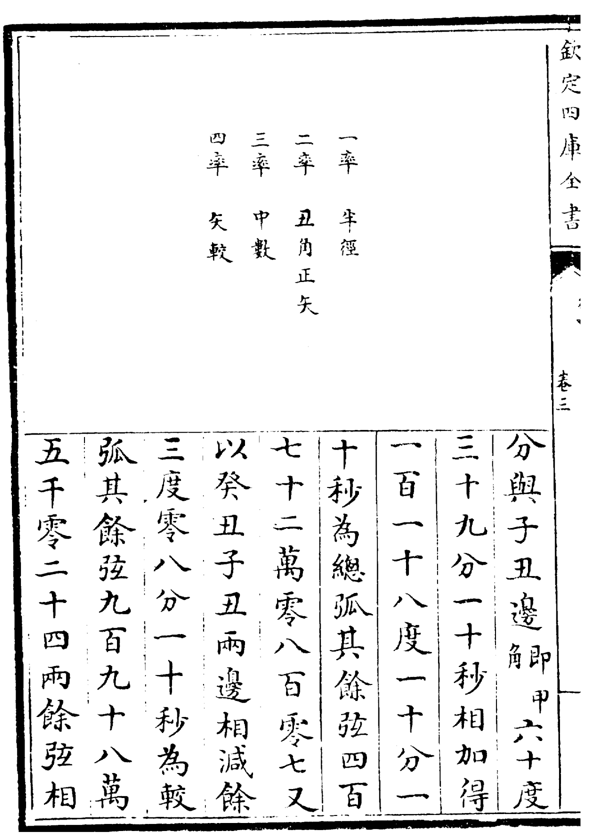
角形有甲乙二角及甲乙邊求甲丙乙丙二邊乃用次形法先求丙角將甲乙丙形易為癸子丑次形葢本形之甲角即次形之子丑邊甲角當壬戊弧與子丑等本形乙角之外角即次形之癸丑邊乙外角當辛庚弧與癸丑等本形之丙角即次形之癸子邊丙角



當寅卯弧與癸子等本形之甲乙邊即次形之丑角丁巳與甲乙等即丑角度本形之乙丙邊與半周相減之餘度即次形癸角之外角乙丙邊與半周相減餘丙辰與卯辛等即辛癸卯角為癸子丑形癸角之外角蓋卯丙與辛辰皆象限各減辛丙故卯辛與丙辰等本形之甲丙邊與半周相減之餘度即次形之子角甲丙邊與

一率　半徑
二率　丑角正矢
三率　中數
四率　矢較

（半周相減餘丙巳與寅壬等即子角度益寅丙與壬巳皆象限各減壬丙故寅壬與丙巳等）故用癸子丑三角形有丑角及癸丑子丑二邊求癸子邊（即丙角）以半徑一千萬為一率丑角二十三度三十分之正矢八十二萬九千三百九十九為二率以癸丑邊（即乙外角）五十七度三十一



一率　半徑

二率　丑角正矢

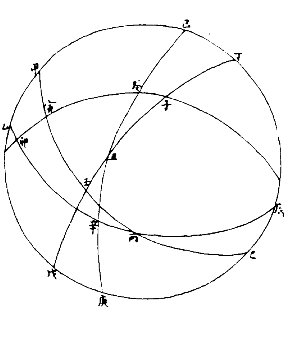
三率　中數

四率　矢較

分與子丑邊即甲角六十度三十九分一十秒相加得一百一十八度一十分一十秒為總弧其餘弦四百七十二萬零八百零七又以癸丑子丑兩邊相減餘三度零八分一十秒為較弧其餘弦九百九十八萬五千零二十四兩餘弦相

一率　半徑
二率　丑角正矢
三率　中數
四率　矢較

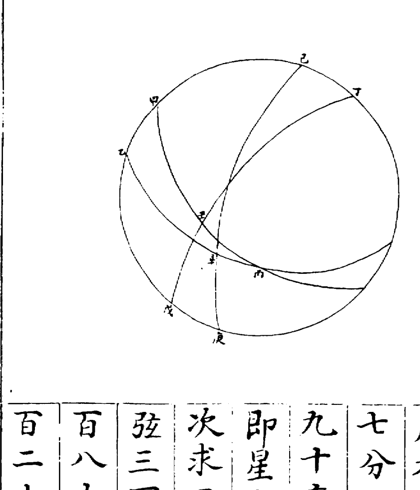
加得一千四百七十萬五千八百三十一折半得七百三十五萬二千九百一十五為中數為三率求得四率六十萬九千八百五十為矢較為較弧三度零八分一十秒之正矢一萬四千九百七十六相加得六十二萬四千八百二十



六為癸子對邊之正矢與半徑一千萬相減餘九百三十七萬五千一百七十四為癸子對邊之餘弦檢表得二十度二十一分四十一秒為癸子邊之度亦即丙角度也次求乙丙邊則以丙角之正弦三百四十七萬九千三百八十七

一率　丙角正弦
二率　甲角正弦
三率　甲乙正弦
四率　乙丙正弦

為一率甲角六十度三十九分一十秒之正弦八百七十一萬六千六百五十七為二率甲乙邊二十三度三十分之正弦三百九十八萬七千四百九十一為三率求得四率九百九十八萬九千五百七十三為乙丙邊之正弦檢表得

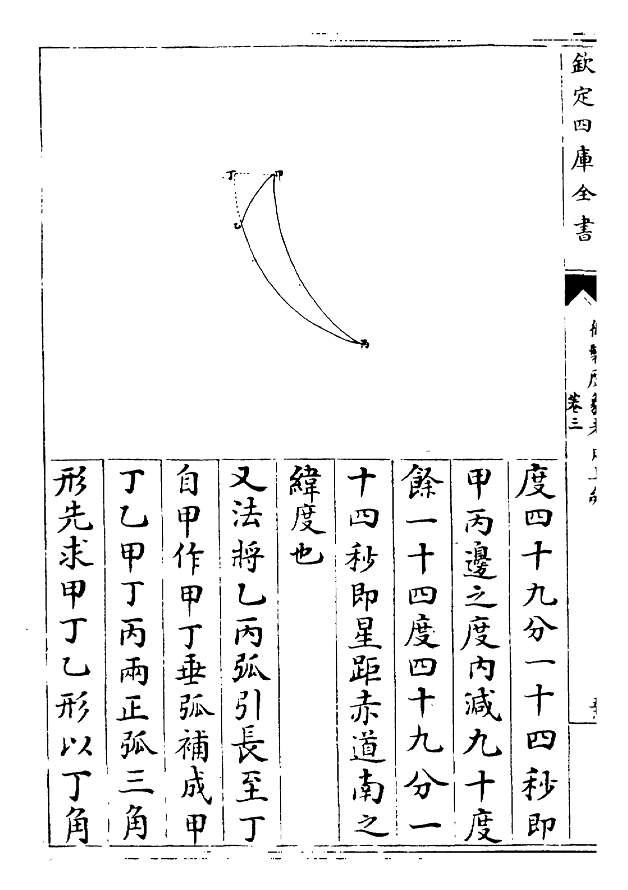


八十七度二十三分與半周相減餘九十二度三十七分即乙丙邊之度內減九十度餘二度三十七分即星距黃道南之緯度也

次求甲丙邊以丙角之正弦三百四十七萬九千三百八十七為一率乙角一百二十二度二十九分之

一率　丙角正弦
二率　乙角正弦
三率　甲乙正弦
四率　甲丙正弦

正弦八百四十三萬五千四百七十七為二率仍以甲乙邊之正弦三百九十八萬七千四百九十一為三率求得四率九百六十六萬七千三百三十一為甲丙邊之正弦檢表得七十五度一十分四十六秒與半周相減餘一百零四

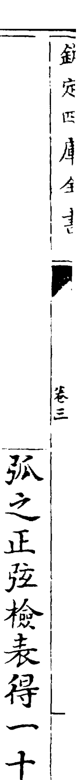


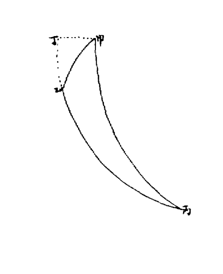
度四十九分一十四秒即甲丙邊之度內減九十度餘一十四度四十九分一十四秒即星距赤道南之緯度也

又法將乙丙弧引長至丁自甲作甲丁垂弧補成甲丁乙甲丁丙兩正弧三角形先求甲丁乙形以丁角

一率　丁角正弦
二率　乙角正弦
三率　甲乙正弦
四率　甲丁正弦

正弦即半徑一千萬為一率乙外角五十七度三十一分之正弦八百四十三萬五千四百七十七為二率甲乙弧二十三度三十分之正弦三百九十八萬七千四百九十一為三率求得四率三百三十六萬三千六百三十八為甲丁





弧之正弦檢表得一十九度三十九分二十秒即甲丁弧之度也此即正弧三角形有黄赤交角有黄道求距緯之法又以甲乙弧二十三度三十分之正切四百三十四萬八千一百二十四為一率甲丁弧一十九度三十九分二十秒之正切三百五十七萬一

一率　甲乙正切
二率　甲丁正切
三率　半徑
四率　甲虛角餘弦

千七百五十二為二率半徑一千萬為三率求得四率八百二十一萬四千四百六十七為甲虛角之餘弦檢表得三十四度四十六分一十二秒即甲虛角之度也此即正弧三角形有黄道有赤道求黄赤交角之法次求甲丁丙形以丙甲乙角六十度三十九

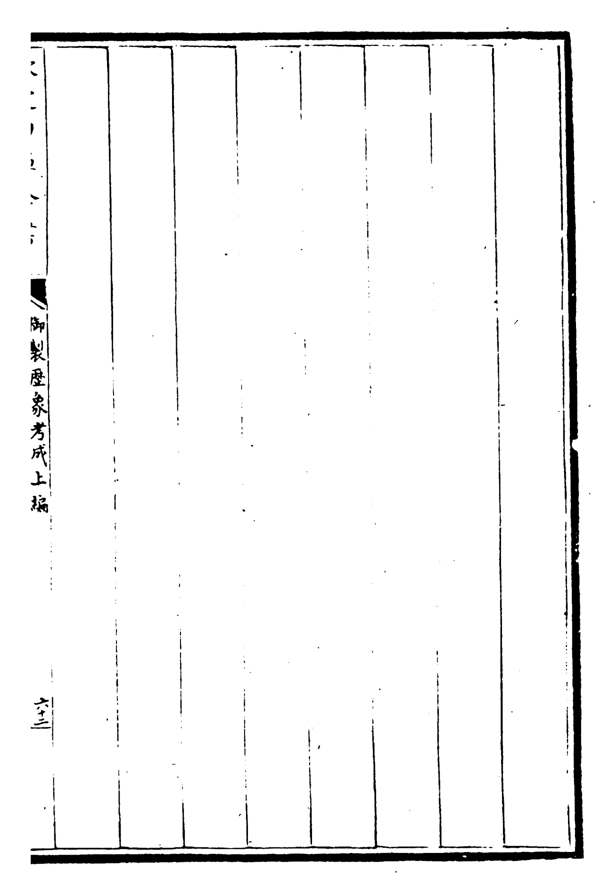
丁 甲 乙 丙

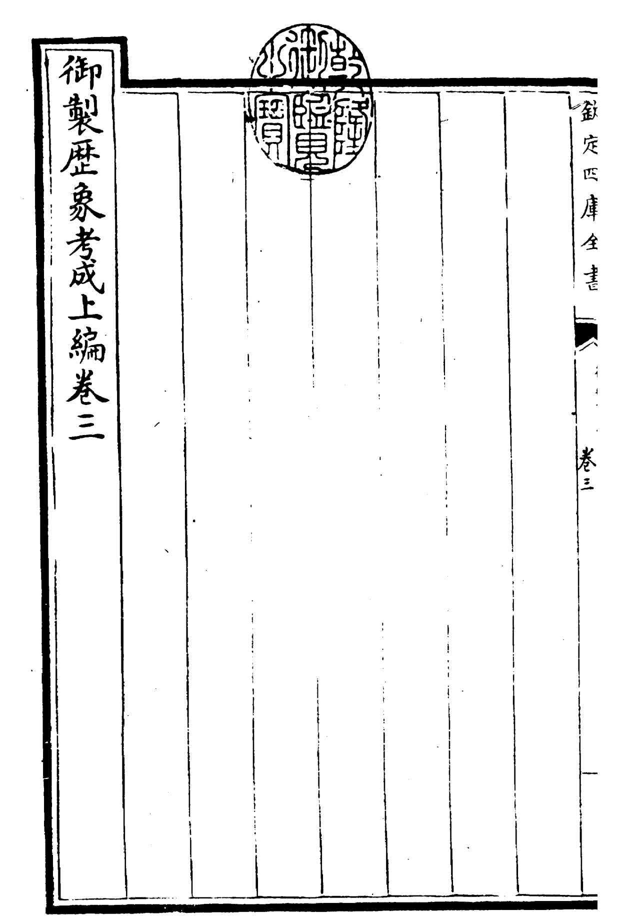
一率　甲角餘弦
二率　半徑
三率　甲丁正切
四率　甲丙正切

分一十秒與甲虛角三十四度四十六分一十二秒相加得九十五度二十五分二十二秒為丙甲丁角乃以其餘弦九十四萬五千零六十四為一率半徑一千萬為二率甲丁弧一十九度三十九分二十秒之正切三百五十七萬一

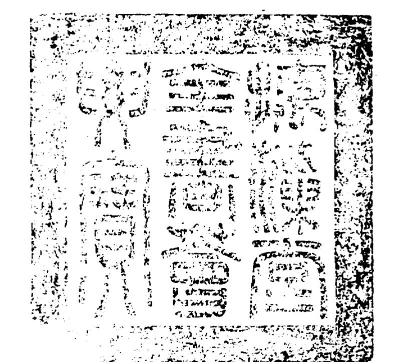
千七百五十二為三率求得四率三千七百七十九萬三千七百五十七為甲丙弧之正切檢表得七十五度一十分四十六秒與半周相減餘一百零四度四十九分一十四秒即甲丙邊之度也此即正弧三角形有黃赤交角有交道求黃道之法既得甲丙邊

則以對邊對角之法求之即得乙丙邊矣此兩角夾一邊之法也





御製歷象考成上編卷三



總校官進士臣胡　榮

校對官中官正臣郭長發

謄録監生臣查　機

繪圖監生臣吳同琦